МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Лабораторная работа 1

Выполнил:

Арсений Анищенко

3 курс 3 группа

Преподаватель:

Исаченко Александр Николаевич

Минск

2019

# 1

## Условие

Из четырех видов металла (медь, цинк, свинец, никель) составляют три вида сплавов: обычный, специальный и для художественного литья. Цены единицы веса металлов соответственно 0,8 у.е., 0,6 у.е., 0,4 у.е. и 1 у.е., а единицы веса сплава − 2 у.е.., 3 у.е. и 4 у.е.

Сплав для художественного литья должен содержать не менее 6% никеля, не менее 50% меди и не более 30% свинца, специальный – не менее 4% никеля, не менее 70% меди, не менее 10% цинка и не более 20% свинца. В обычный сплав металлы входят без ограничений.

Производственная мощность предприятия позволяет выпускать не более 400 единиц веса обычного сплава, не более 700 единиц специального сплава и не более 100 единиц сплава для художественного литья.

Найти план, приносящий максимальную прибыль.

## Решение

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | медь | цинк | свинец | никель |
| обычный | x11 | x21 | x31 | x41 |
| специальный | x12 | x22 | x32 | x42 |
| художественный | x13 | x23 | x33 | x43 |

# 2

## Условие

Для производства чугунного литья используется различных шихтовых материалов (чугун, лом, форрофосфор и т.д.). Химический состав чугунного литья определяется содержанием в нем химических элементов (кремний, марганец, фосфор и т.д.). Готовый чугун должен иметь строго определенный химический состав, задаваемый величинами – процент содержания -го шихтового материала. Заданы также цены за единицу -го шихтового материала.

Найти наиболее дешевый состав шихты.

## Решение

— количество единиц материала

— содержание -го химического элемента в -ом материале.

# 5

## Условие

Авиапредприятию необходимо решить, какое количество топлива следует закупить у трех поставщиков, если имеют место следующие ограничения:

а) заправка самолетов осуществляется в четырех аэропортах;

б) нефтяные заводы имеют следующие возможности поставок: 2,5 млн.л., 5 млн.л., 6 млн. л.;

в) распределение топлива по аэропортам осуществляется в следующих количествах: 1 млн. л., 2 млн. л., 3 млн. л., 4 млн. л.

Составить модель оптимального прикрепления поставщиков, если стоимость доставки 1 л топлива задается следующей таблицей:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 |
| 1 | 12 | 9 | 10 |
| 2 | 10 | 11 | 14 |
| 3 | 8 | 11 | 13 |
| 4 | 11 | 13 | 9 |

## Решение

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Поставщик 1 | Поставщик 2 | Поставщик 3 |
| Аэропорт 1 | x11 | x12 | x13 |
| Аэропорт 2 | x21 | x33 | x23 |
| Аэропорт 3 | x31 | x32 | x33 |
| Аэропорт 4 | x41 | x42 | x43 |

cij – стоимость доставки топлива в аэропорт i от поставщика j

xij – топливо в аэропорт i от поставщика j

xij >= 0

# 8

## Условие

Пусть площадь, отведенная для выращивания сельскохозяйственных культур, состоит из m земельных участков На этих участках выращивается n сельскохозяйственных культур (m > n). Причём на участке выращивается только одна культура.

Затраты по возделыванию j -й культуры на i-м участке выражаются числом dij, причем возможны дополнительные расходы *cij.*

На каждом из участков можно применять удобрение только одного из *z* типов. Дополнительные расходы при использовании *k*-го удобрения на i-м участке в случае посадки j-й культуры равны bijk. Наконец, каждый из участков можно орошать. Стоимость орошения i-го участка равна *qi*  и не зависит от культуры.

Заданы: a00ijk – урожай -й культуры на -м участке с *k*-м удобрением без дополнительных затрат и без орошения;

a01ijk – то же с орошением без дополнительных затрат;

a10ijk– то же с дополнительными затратами без орошения;

a11ijk – то же с дополнительными затратами и с орошением.

Пусть также – заданный средний суммарный урожай j-й культуры, а заданный объем соответствующей продукции - . Распределить культуры по участкам с целью минимизации суммарных затрат.

## Решение

– j-ая культура на i-ом участке

{0, 1}

– доп. затраты на j-ую культуру на i-ом участке

{0, 1}

– доп. затраты на j-ую культуру на i-ом участке при k-ом удобрении k = [1, z]

{0, 1}

– орошен i-ый участок

{0, 1}

# 9

## Условие

Сельхозпредприятие имеется несколько земельных участков, качественно отличающихся друг от друга. Хозяйство возделывает несколько видов культур.

Необходимо определить, какую площадь каждого участка следует отвести под каждую культуру, чтобы получить запланированные объемы продукции при минимальных затратах.

Решить задачу, используя числовые данные, представленные в следующей таблице:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Земля | Площадь (га) | Культуры | Урожайность (ц/га) | Трудоемкость (дни/га) |
| лучшая | 100 | пшеница  рожь  овес | 30  25  28 | 10  8  7 |
| обыкновенная | 200 | пшеница  рожь  овес | 20  20  26 | 10  8  7 |
| худшая | неограни-  чена | пшеница  рожь  овес | 15  15  25 | 10  8  7 |

Плановые задания: пшеница – 5000 ц, рожь – 3500 ц, овес – 5000 ц.

## Решение

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Лучшая | Обыкновенная | Худшая |  |
| x11 | x12 | x13 | Пшеница |
| x21 | x22 | x23 | Рожь |
| x31 | x32 | x33 | Овес |

>= 0 ,

30 + 20 + 15 5000

25 + 20 + 15 3500

28 + 26 + 25 5000

+ + 100

+ + 200

10(+ +) + 8(+ +) + 7( + + )

# 11

## Условие

В мастерской имеется 4 станка, которые могут выполнять 3 операции. Каждую операцию единовременно может выполнять только один станок, и каждый станок можно загрузить выполнением только одной операции.

Матрица затрат времени при выполнении i-станком j-й операции имеет вид:

Определить наиболее рациональное распределение операций между станками, минимизирующее суммарные затраты времени.

## Решение

– на i-том станке выполняется j-тая работа

# 12

## Условие

В различных концах города находятся пять автохозяйств, которые должны выделить по одному грузовику и послать в пять различных сельхозпредприятий за овощами, поставляемыми пяти овощным базам.

Известно время, затрачиваемое автомобилями на дорогу до каждого предприятия, время, время на доставку их на базы и время, необходимое для погрузки овощей. Эти данные приведены в следующих таблицах:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | сельхозпредприятия | | | | |
| машины | A | B | C | D | E |
| I | 3 | 1 | 5 | 2 | 4 |
| II | 4 | 6 | 3 | 1 | 3 |
| III | 2 | 4 | 2 | 3 | 6 |
| IV | 5 | 3 | 1 | 4 | 2 |
| V | 1 | 7 | 3 | 2 | 5 |

Требуется так организовать распределение транспорта, чтобы минимизировать затраты времени, связанные с его эксплуатацией.

## Решение

{0, 1} - машина с номером i поехала в сельхозпредприятие номер j

{0, 1} - машина с предприятия номер i поехала на базу номер j

- время езды машины i к предприятию j

- время езды машины от предприятия i к базе j

- время погрузки на предприятии i

# 13

## Условие

Самолеты авиакомпании совершают рейсы между двумя городами и в обоих направлениях.

Если база экипажа находится в (*B*) и экипаж прибывает в (*A*) определенным рейсом, то он должен вернуться в (*B*) одним из рейсом (возможно, на следующий день). Между полетами у экипажа должен быть отдых не менее часа.

Компания стремится выбрать обратный рейс так, чтобы минимизировать время нахождения экипажа в аэропорту, который не является базой экипажа.

При заданном расписании полетов требуется решить:

1) какие рейсы спарить (спаренный рейс – рейс в оба конца, выполняемый одним и тем же экипажем)?

2) где выбрать базу при заданных спаренных рейсах?

## Решение

- время ожидания для спаренного рейса i с j

i = {1,3,5,6,7,9}

j = {2,4,6,8,10}.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| 1 | 21:30 | 20:45 | 2 | 9 | 9 |
| 3 | 21:15 | 21:30 | 1:45 | 8:45 | 9:45 |
| 5 | 4 | 3:15 | 19:30 | 2:30 | 4 |
| 7 | 7:45 | 7 | 3:45 | 20:45 | 19:15 |
| 9 | 9 | 8:15 | 5 | 21:30 | 20:30 |

{0, 1}

# 14

## Условие

Из пункта в пункт и обратно отправляются четыре поезда, согласно расписанию:

из A в B – 9.00, 12.00, 16.00, 20.00;

из B в A– 10.00, 15.00, 18.00, 22.00.

Время в пути для всех поездов одинаково и равно шести часам. Локомотивы, ведущие поезда, совершают в сутки два рейса: один из пункта, к которому локомотив прикреплен, и второй обратно с ближайшим очередным рейсом.

Найти оптимальное закрепление локомотивов за пунктами A и B, при котором достигается минимум суммарного времени простоя локомотивов.

## Решение

Z = { (1A; 2B), (2A; 3B), (3A; 4B), (4A; 1B), (1B; 3A), (2B; 1A), (3B; 1A), (4B; 1A) } - все возможные маршруты

- количество часов простоя для маршрута.

{0, 1}

, j = 1,4; , i = 1,4;

# 15

## Условие

Банк предоставляет набор услуг по кредитованию. Возможные типы банковских кредитов приведены в таблице. Безнадёжные долги считаются не возвратимыми, поэтому они дролжны вычитаться из возможного дохода.

Конкурентная борьба вынуждает банк не менее 40% портфеля кретитов помещать в сельскохозяйственные и коммерческие кредиты. Для содействия строительной индустрии банк планирует вложить в кредиты на покупку жилья не меньше, чем общая сумма кредитов физическим лицам и на покупку автомобилей. Банк поддерживает государственную политику, указывающую, что отношение безнадёжных долгов ко всей сумме кредитов не должно превышать 0,04.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Тип кредита | Ставка процента | Вероятность безнадёжных долгов |
| Кредиты физическим лицам | 0,14 | 0,1 |
| Кредиты на покупку автомобилей | 0,13 | 0,07 |
| Кредиты на покупку жилья | 0,12 | 0,03 |
| Сельскохозяйственные | 0,125 | 0,05 |
| Коммерческие | 0,1 | 0,02 |

Сформировать портфель кредитов объёмом 12 млн. долларов, для получения максимальной чистой прибыли.

## Решение

– деньги, которые банк планирует вложить в i-ую индустрию

0 <= <= 12.000.000

X4 + X5 <= 4.800.000

X3 <= X1 + X2

0.1 \* X1 + 0.07 \* X2 + 0.03 \* X3 + 0.05 \* X4 + 0.02 \* X5 <= 0.04 \* (X1 + X2 + X3 + X4 + X5)

X1 \* (1.14 \* 0.9 – 1) + X2 \* (1.13 \* 0.93 – 1) + X3 \* (1.12 \* 0.97 – 1) + X4 \* (1.125 \* 0.95 – 1) + X5  \* (1.1 \* 0.98 – 1) → max

# 16

## Условие

Планируя расходы на обучение ребёнка, семейная пара решила ежегодно откладывать определённые суммы в течение 10 лет, начиная с 8-летнего возраста ребёнка. По годам эти суммы запланированы следующим образом:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Сумма  (долл.) | 2000 | 2000 | 2500 | 2500 | 3000 | 3500 | 3500 | 4000 | 4000 | 5000 |

Семейная пара решила вложить деньги в: 1) страховой полис с 7,5% годовых; 2) шестилетние ценные бумаги с 7,9% годовых (текущая рыночная стоимость ценных бумаг равна 98% номинальной стоимости); 3) девятилетние ценные бумаги с доходностью 8,5% годовых (их текущая рыночная стоимость равна 1,02 от номинальной стоимости).

Определить оптимальный план вложения денег и ежегодные доходы.

## Решение

- прибыль от вложения в страховой полис с 7,5%

– прибыль от вложения в шестилетние бумаги с 7,9% годовых

- прибыль от вложения в девятилетние ценные бумаги с доходностью 8,5%

i – год вложения денеге

- сумма вклада в i-ом году

# 17

## Условие

Фирма собирает персональные компьютеры для заказчиков. На год, поквартально имеются заказы на 400, 700, 500 и 200 компьютеров соответственно. Фирма может собирать больше компьютеров, чем указано в заказах, но в таком случае приходится платить 100 у.е. за хранение собранного компьютера в течение квартала. Увеличение производства в следующем квартале, по сравнению с предыдущим, приводит к необходимости набора дополнительных работников, что повышает себестоимость компьютера на 60 у.е. При уменьшении производства в следующем квартале, по сравнению с предыдущим, необходимо сокращать персонал, что также увеличивает себестоимость компьютера на 50 у.е.

Как организовать сборку компьютеров с наименьшими издержками, чтобы удовлетворить все заказы?

## Решение

- количество собранных компьютеров

- квартал

++200